

引用格式: 鄢然, 刘军良, 郑晓龙, 等. 一种原子钟频率净化的环路最优带宽求解方法[J]. 时间频率学报, 2022, 45(4): 286-293.

# 一种原子钟频率净化的环路最优带宽求解方法

鄢然<sup>1,2</sup>, 刘军良<sup>1</sup>, 郑晓龙<sup>3</sup>, 武建锋<sup>1,2</sup>, 胡永辉<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 国家授时中心, 西安 710600;  
2. 中国科学院大学, 北京 100190;  
3. 火箭军工程大学, 西安 710025)

**摘要:** 针对几种不同类型不同阶数的锁相环, 分析了获取锁相环最优带宽已有方法的局限性, 提出了一种原子钟频率净化的锁相环最优带宽求解方法。该方法结合“相噪交点法”, 提出利用环路传输函数及误差函数幅频特性曲线交点与相位噪声谱交点的偏离程度, 求解并评估环路最优带宽。通常采用的最优带宽求解规则只有在满足一定条件下, 才能达到良好的原子钟频率净化效果。本文提出的求解方法对前人关于锁相环最优带宽的研究做出了进一步的补充和完善, 克服了单一使用“相噪交点法”所带来的问题, 仿真试验也验证了该方法的正确性。仿真结果表明该方法相较于“相噪交点法”, 原子钟频率净化效果改善明显, 净化效果在交点附近最佳可改善 1 个量级。

**关键词:** 原子钟; 频率净化; 锁相环; 最优带宽

DOI: 10.13875/j.issn.1674-0637.2022-04-0286-08

## A method for solving the optimal bandwidth for atomic clock clean-up

YAN Ran<sup>1,2</sup>, LIU Jun-liang<sup>1</sup>, ZHENG Xiao-long<sup>3</sup>, WU Jian-feng<sup>1,2</sup>, HU Yong-hui<sup>1</sup>

(1. National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China;  
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;  
3. Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

**Abstract:** Aiming at several different types of phase locked loops (PLLs) with different orders, the limitations of the existing method of obtaining optimal bandwidth of PLL are analyzed, and a method for solving the optimal bandwidth of PLL for atomic clock clean-up is proposed. Combining the “phase-noise spectrum crossing”, the optimal bandwidth of the loop is evaluated by the degree of deviation between the intersection of the phase noise spectrum and the amplitude plot of system and error transfer functions. Only under certain conditions can the optimal bandwidth solving rule be used to achieve good performance for atomic clock clean-up. The method presented in this paper complements and improves the previous studies on the optimal bandwidth of PLL, overcomes the problem caused by using the “phase-noise spectrum crossing” alone, and the numerical simulations have demonstrated the correctness of the approach proposed. The simulation results show that the effect of the proposed method is obviously improved compared with the “phase-noise spectrum crossing”, and the efficiency of clean-up can be improved by one order of magnitude near the intersection.

**Key words:** atomic clock; clean-up; phase locked loop (PLL); optimal bandwidth

## 0 引言

高质量的时频信号是导航定位、时频计量、航空航天等众多领域的基础条件,通过高精度锁相环技术实现原子钟频率净化,以获得高质量时频信号是工程实践中常采用的方法<sup>[1]</sup>。原子钟频率净化技术是通过一个高性能的锁相环,将原子钟频率优良的长期特性与高稳压控振荡器(voltage controlled oscillator, VCO)良好的短期特性结合起来,使得输出频率信号既能保持原子钟良好的长期稳定度,同时又获得较好的短期稳定度。图1为原子钟频率净化框图。同时国内外各大时频设备生产厂商的原子钟频率净化设备,例如中国天奥生产的XHTF3328A、美国Microsemi生产的4145C、俄罗斯VREMYA-CH生产的VCH-317、德国Timetech生产的Clean-up Oscillator等均基于这一思路构建各自的频率净化系统<sup>[2]</sup>。

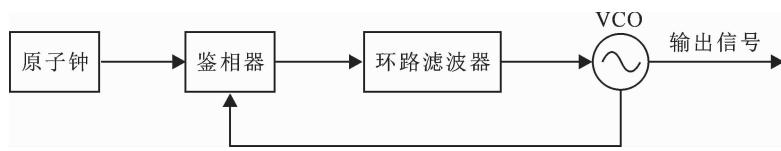


图1 原子钟频率净化框图

为了获得最佳的净化效果,锁相环环路的工作带宽通常选取最优带宽。为了得到最优的环路带宽,文献[2-7]提及环路最优带宽的求解规则,即锁相环环路的最优带宽应该选取在参考相位噪声功率谱密度与VCO相位噪声功率谱密度交点的横坐标附近(本文称“相噪交点法”),但该规则的成立近乎理想,且未曾考虑不同类型、不同阶数的锁相环对该规则的影响情况;文献[8-11]分析了锁相环的相位噪声为确定信号前提下的环路最优带宽表达式,而这样的表达式无法应用于原子钟频率净化,因为影响原子钟频率不稳定的噪声不仅仅是白噪声,往往还有有色噪声。文献[12-13]结合锁相环环路特性分析了锁相环中的相位噪声,并指出在环路带宽内,输出信号相位噪声可以约等于参考源相位噪声;在环路带宽外,输出信号相位噪声约等于VCO相位噪声。过往学者关于锁相环最优带宽的研究表明,准确地选取锁相环环路带宽对原子钟频率净化的效果有着至关重要的影响。本文将从影响环路带宽选取的相位噪声入手,针对几种不同类型不同阶数的锁相环环路特性,结合相噪交点法,利用开环增益穿越频率点与相位噪声相交频率点的偏离程度,对最优带宽进行求解并评估。

## 1 基本理论

### 1.1 锁相环环路带宽

锁相环环路带宽的选取对原子钟频率净化的效果有着重要的影响。以一个基本结构的锁相环为例,如图2所示。定义其开环传递函数 $G(s)$ 、闭环传递函数 $H(s)$ 如下:

$$G(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_e(s)} = \frac{K_d K_v F(s)}{s}, \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta_i(s)} = \frac{K_d K_v F(s)}{s + K_d K_v F(s)/N}, \quad (2)$$

式(1)和(2)中: $\theta_i(s)$ 、 $\theta_o(s)$ 、 $\theta_e(s)$ 分别表示输入、输出、相差信号相位的拉普拉斯变换; $s$ 是拉普拉斯变换域中的复频率; $K_d$ 为鉴相器系数,单位为V/rad; $K_v$ 为VCO系数,单位为rad/(V·s); $F(s)$ 是环路滤波器的传递函数; $N$ 为分频器的系数。

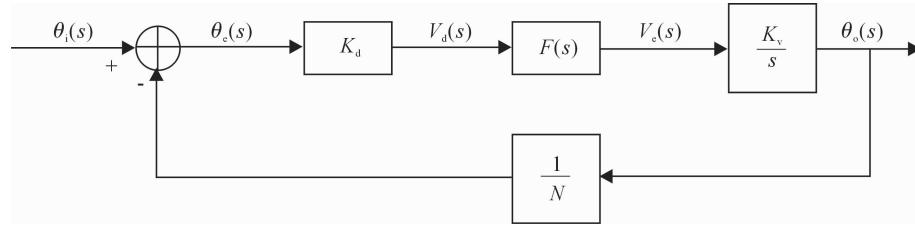


图 2 锁相环 S 域信号传递关系

对于锁相环环路带宽有很多种定义,固有频率  $\omega_n$ 、噪声带宽  $B_L$ 、环路增益  $K$ ,其中文献[14]中对环路带宽定义如式(3),单位为 Hz,适用于任何类型的锁相环,故本文所提及的环路带宽即

$$K = K_d K_v K_1 F_{\text{hf}}(0), \quad (3)$$

式(3)中,  $K_1$  是环路滤波器的无量纲比例系数,  $F_{\text{hf}}(0)$  是滤波器“高”频部分的极值。

## 1.2 幂律谱噪声模型

对于原子钟频率净化系统而言,频率源是锁相环的基本单元,一个设计良好的净化系统,相位噪声应该主要来自频率源<sup>[14]</sup>。幂律谱噪声模型是使用最广泛的频率源噪声模型,它的有效性已经被许多实验结果所证实,并为国际学术界所普遍接受<sup>[15]</sup>。在原子钟频率净化系统中,其参考源相位噪声与 VCO 相位噪声均可用幂律谱噪声模型来表征。其噪声钟差的功率密度谱函数用 5 种相互独立的随机噪声来描述振荡器的频率波动过程,表达式为

$$S_x(f) = \frac{1}{4\pi^2} \left( \frac{h_{-2}}{f^4} + \frac{h_{-1}}{f^3} + \frac{h_0}{f^2} + \frac{h_1}{f} + h_2 \right), \quad (4)$$

式(4)中,  $h_\alpha$  为常数,  $\alpha = -2, -1, 0, 1, 2$  分别对应着频率随机游走噪声、频率闪烁噪声、频率白噪声、相位闪烁噪声、相位白噪声 5 种不同的噪声类型。 $f_h$  为频率测量过程中低通滤波器的截止频率。

本文采用了文献[15]提及的原子钟钟差产生方法,产生了不同参考源(MHM2010 氢原子钟、HP5071A 铯原子钟、PRS10 镉原子钟)与 OCXO 8607 高稳晶振的噪声钟差序列,并绘制了不同参考源与高稳晶振 VCO 的相位噪声谱密度如图 3 所示。

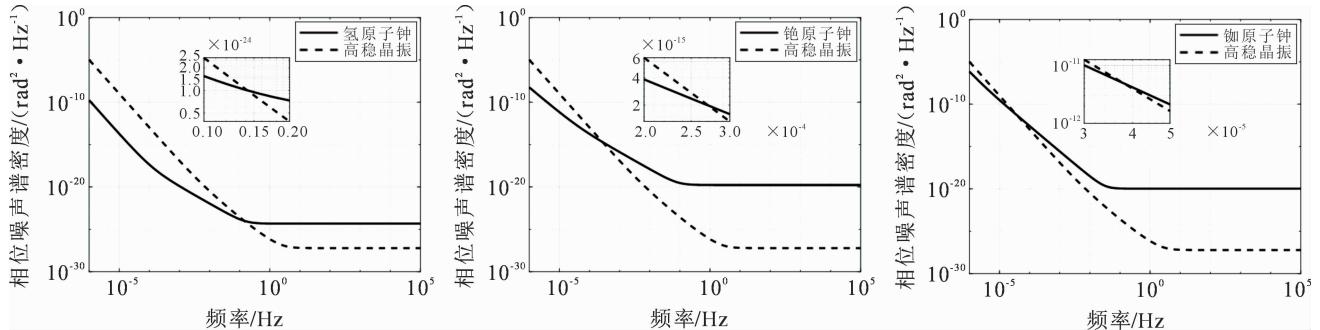


图 3 不同类型原子钟与 VCO 相位噪声功率谱密度

从图 3 可以看出,根据相噪交点法,不同类型的原子钟与 VCO 的相位噪声功率谱密度确有一交点,且对于 MHM2010 氢原子钟、HP5071A 铯原子钟、PRS10 镉原子钟的频率净化的环路最优带宽分别在  $K_1 = 0.14 \text{ Hz}$ ,  $K_2 = 2.7 \times 10^{-4} \text{ Hz}$ ,  $K_3 = 3.8 \times 10^{-5} \text{ Hz}$  附近。

在仅考虑参考源和 VCO 相位噪声的锁相环系统中,根据环路传输模型,输出信号相位的通式为

$$\theta_o(s) = \frac{K_d K_v F(s)}{K_d K_v F(s) + s} \phi_{\text{ref}}(s) + \frac{s}{K_d K_v F(s) + s} \phi_{\text{vco}}(s) = H(s) \phi_{\text{ref}}(s) + E(s) \phi_{\text{vco}}(s), \quad (5)$$

式(5)中,  $\phi_{\text{ref}}(s), \phi_{\text{vco}}(s)$  为参考源、VCO 的相位噪声;  $H(s), E(s)$  为环路闭环传递函数和误差传递函数。

因此,输出信号相位噪声功率谱密度为

$$S_{\theta_o}(f) = |H(f)|^2 S_{\phi_{ref}}(f) + |E(f)|^2 S_{\phi_{vco}}(f)。 \quad (6)$$

式(6)中, $S_{\phi_{ref}}(f)$ 和 $S_{\phi_{vco}}(f)$ 分别表示参考源和VCO的功率谱密度函数。从式(6)可得知,环路的闭环传输函数、误差函数和参考源相位噪声、VCO相位噪声均对系统输出信号的相位噪声有着重要的影响。

## 2 最优环路带宽求解方法

锁相环环路的最优带宽被定义为使得输出信号相位抖动最小的频率点<sup>[16]</sup>。相位抖动的计算是对输出信号的相位噪声功率密度谱进行积分,可以理解为相位噪声功率密度谱与坐标轴所围成的面积。单一使用“相噪交点法”没有考虑锁相环的闭环传输函数、误差函数对输出信号的相位噪声的影响,这样的使用规则近乎理想化,可以表达为下式:

$$S_{\theta_o}(f) = \begin{cases} S_{\phi_{ref}}(f) & f < K \\ S_{\phi_{vco}}(f) & f \geq K \end{cases}。 \quad (7)$$

从式(7)可知,“相噪交点法”是在式(6)的基础上衍生而来,其忽略了环路传输函数与误差函数的交点是否与参考源、VCO相位噪声功率谱密度交点重合的问题,而这一点忽略极有可能导致输出信号 Allan 偏差在交点附近恶化,出现“鼓包”现象。

基于以上对环路输出信号相位噪声和单一使用“相噪交点法”弊端的分析,本文提出了结合闭环传递函数与误差传递函数幅频特性曲线的交点 $\omega_c$ 与环路带宽 $K$ 的偏离程度来求解并评估环路最优带宽。

环路闭环传递函数与误差传递函数幅频响应曲线相交的频率点被定义为开环增益穿越频率 $\omega_c$ ,并以Hz为单位。同时, $\omega_c$ 亦是使得 $|G(j\omega_c)| = 1$ 的频率点。

图4绘制了一组MHM2010氢原子钟、高稳晶振的相位噪声谱密度与二阶二类锁相环函数幅频响应的特性曲线。

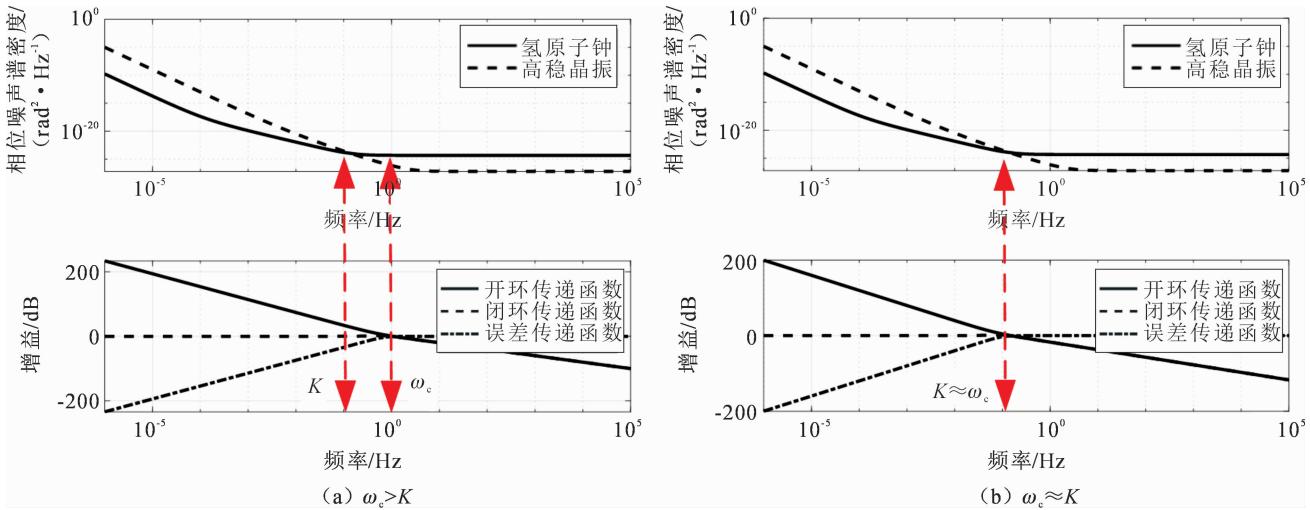


图4 “环路函数交点法”结合“相噪交点法”评估环路最优带宽

图4通过对比分析了同一组频率源相位噪声及VCO相位噪声在二阶二类锁相环 $\omega_c > K$ 与 $\omega_c \approx K$ 的两种情况。结合式(6),可以得到,若 $\omega_c > K$ ,那么系统输出的相位噪声低通部分不再主要受参考相位噪声的影响,还将受VCO相位噪声的影响,其输出相位噪声为

$$S_{\theta_o}(f) = |H(f)|^2 [S_{\phi_{ref}}(f) + S_{\phi_{vco}}(f)] + |E(f)|^2 S_{\phi_{vco}}(f)。 \quad (8)$$

同理,若 $\omega_c < K$ ,那么系统输出的相位噪声高通部分不再主要受VCO相位噪声的影响,还将受参考相位噪声的影响,当且仅当 $\omega_c \approx K$ 时,系统输出的相位噪声低通部分主要受参考相位噪声影响,高通部分主要受VCO相位噪声影响,其输出相位噪声可以表达为式(6)。

对于原子钟频率净化而言,一阶锁相环的研究看似意义不大,但是往往能从一阶锁相环环路行为近似推广到较为复杂、较难分析的其他阶数、其他类型锁相环。因此对于一阶锁相环有,  $F(s) = K_1$ ,  $F_{\text{hf}}(0) = 1$ , 它的开环增益穿越频率有:

$$\begin{cases} |G(j\omega_c)| = \frac{(K_d K_v K_1)^2}{\omega_c^2} = \frac{K^2}{\omega_c^2} = 1 \\ |H(j\omega_c)| = |E(j\omega_c)| \end{cases}, \quad (9)$$

$$\omega_c = K. \quad (10)$$

从式(10)可以得知,对于一阶锁相环而言,开环增益穿越频率  $\omega_c$  和环路带宽  $K$  相等。而对于其他几种类型、阶数的锁相环,开环增益穿越频率  $\omega_c$  与环路带宽  $K$  的关系均可由式(9)进行计算,具体结果如表 1 所示。

表 1 几种不同类型不同阶数锁相环增益穿越频率与环路带宽关系

锁相环类型	滤波器传递函数	开环传递函数	系数说明 及其量纲	$\omega_c \approx K$ 的成立条件
带滞后滤波器 的二阶锁相环	$F(s) = \frac{K_1}{s\tau + 1}$	$G(s) = \frac{K/\tau}{s^2 + s/\tau}$	$\tau$ :时间常数 单位:s	$K\tau \approx 0$
带滞后超前滤波 器的二阶锁相环	$F(s) = K_1 \left(1 + \frac{1/\tau_2 - 1/\tau_1}{s + 1/\tau_1}\right)$	$G(s) = \frac{K}{s} \left(1 + \frac{1/\tau_2 - 1/\tau_1}{s + 1/\tau_1}\right)$	$\tau_1, \tau_2$ :时间常数; 单位:s	$\tau_2 \approx \tau_1$
二阶 2 类锁相环	$F(s) = K_1 + \frac{1}{s\tau_1}$	$G(s) = \frac{Ks + \frac{K}{K_1\tau_1}}{s^2}$	$\tau_1$ :时间常数; 单位:s	$\frac{4K^2}{(K_1\tau_1)^2} \approx 0$
三阶 2 类锁相环	$F(s) = K_1 \left(1 + \frac{1}{s\tau_2}\right) \frac{1}{1+s\tau_3}$	$G(s) = \frac{K}{s} \left(1 + \frac{1}{s\tau_2}\right) \frac{1}{1+s\tau_3}$	$\tau_2, \tau_3$ :时间常数; 单位:s	$K^2\tau_2\tau_3 \approx 1$

从表 1 可以得知,单一使用“相噪交点法”存在一个默认  $\omega_c \approx K$  的前提条件,而通过上述的论证可以看出,只有一阶锁相环才满足该条件,而其他类型、其他阶数的锁相环需在一定限制条件下才满足  $\omega_c \approx K$ 。

根据以上的分析可以得知,仅仅根据“相噪交点法”来确定环路最优带宽是一种不严谨的方法,通过结合本文提出的“环路函数交点法”共同求解并评估环路最优带宽将更为准确、可靠。

### 3 仿真验证

为了验证单一使用“相噪交点法”的局限性,及本文提出的“环路函数交点法”结合“相噪交点法”求解环路最优带宽的正确性,以带滞后滤波器二阶锁相环为例,仿真对比分析了在满足  $\omega_c \approx K$  及  $\omega_c \ll K$  两种条件下,不同类型原子钟的频率净化效果。

#### 3.1 原子钟频率净化算法实现

文献[17]指出,在使用双线性变换法的二阶环路设计中,归一化噪声带宽小于 0.1 时,数字锁相环系统可以使用模拟锁相环的方法进行分析。因此,参考原子钟及高稳晶振 VCO 输出信号相位可分别表示为:

$$\phi_{\text{ref}}(n) = 2\pi f_0 t(n) + 2\pi f_0 x_{\text{ref}}(n), \quad (11)$$

和

$$\phi_{\text{vco}}(n) = \Delta\phi(n-1) + 2\pi f_0 t(n) + 2\pi f_0 x_{\text{vco}}(n). \quad (12)$$

式(11)和(12)中: $f_0$  为标称频率; $t(n)$  为仿真时间; $x_{\text{ref}}(n), x_{\text{vco}}(n)$  分别代表了参考源和 VCO 的相位噪声钟差; $\Delta\phi(n-1)$  表示在  $n-1$  时刻 VCO 输出信号与参考源信号相位偏差量。两信号在通过鉴相器之后的信号相位差可表示为

$$\Delta\phi(n) = \phi_{\text{ref}}(n) - \phi_{\text{vco}}(n). \quad (13)$$

环路滤波器表达式为

$$F(s) = \frac{K_1}{s\tau + 1}。 \quad (14)$$

通过双线性变换可以得到其在离散域的表达式为

$$\frac{Y}{X} = \frac{K_1}{\frac{2}{T_L} \frac{1 - Z^{-1}}{1 + Z^{-1}} \tau + 1}, \quad (15)$$

式(15)中,  $Y$  代表了环路滤波器的输出,  $X$  代表了环路滤波器的输入。利用  $Z$  的逆变换可得

$$(2\tau + T_L)y(n) = (x(n) + x(n-1))T_L K_1 - (T_L - 2\tau)y(n-1)。 \quad (16)$$

在本文中,  $y(n)$  代表了环路滤波器在  $n$  时刻输出的频偏  $\Delta f(n)$ ,  $x(n)$  代表了环路滤波器在  $n$  时刻的输入即鉴相器的输出  $\Delta\phi(n)$ 。在得到了  $n$  时刻 VCO 输出信号相对于参考源信号的相对频偏后, 则有

$$\Delta\phi(n) = \Delta\phi(n-1) + 2\pi f_0(t(n-1) - t(n))。 \quad (17)$$

本文的算法实现如下所述:

- ① 利用式(11)和(12)分别产生标称频率  $f_0 = 10$  MHz, 时间间隔为 1 s, 数据长度为  $1 \times 10^6$  的参考原子钟和 VCO 信号相位数据;
- ② 设置环路参数, 例如  $K_d = 1$  (V/rad),  $K_v = 1$  (rad/(V · s)), 因此环路带宽为  $K = K_1$ , 环路更新时间  $T_L = 1$  s, 因此环路的更新次数 num 为  $10^6$  次。
- ③ 循环求得两信号之间的相位差  $\Delta\phi(n)$ , 并通过环路滤波器得到相对频率偏差  $\Delta f(n)$ , 用于对 VCO 进行频率调整, 如图 5 所示。
- ④ 通过锁相环的作用, VCO 输出信号相位最终与参考源信号相位同步, 实现频率净化。

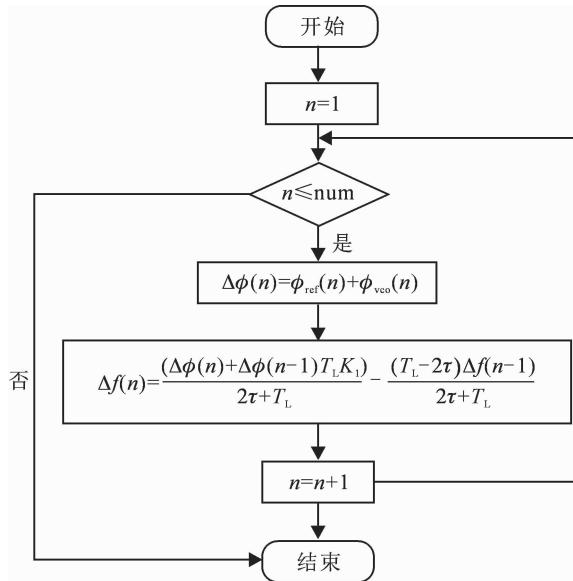


图 5 原子钟频率净化算法流程图

### 3.2 原子钟频率净化结果

由图 3 可知, 参考原子钟(MHM2010 氢原子钟、HP5071A 铷原子钟、PRS10 钿原子钟)相位噪声功率密度谱与 VCO 相位噪声功率密度谱交点的横坐标分别在  $K_1 = 0.14$  Hz,  $K_2 = 2.7 \times 10^{-4}$  Hz,  $K_3 = 3.8 \times 10^{-5}$  Hz 附近。在仿真实验中, 根据“相噪交点法”的原则, 这 3 个频率点将作为环路的最优带宽带入不同类型锁相环进行原子钟频率净化仿真。图 6(a), (b), (c) 分别为 MHM2010 氢原子钟、HP5071A 铷原子钟、PRS10 钿原子钟频率净化仿真实验结果, 其中通过设置环路带宽  $K$  及环路滤波器时间常数  $\tau$ , 使得其均满足  $K\tau \approx 0$ , 从而满足  $\omega_c \approx K$ , 输出信号 Allan 标准偏差以方框线型表示; 为了形成对比, 唯一改变环路滤波器时间常数  $\tau$ , 使  $\omega_c \ll K$ , 输出信号 Allan 标准偏差以五角星线型表示。

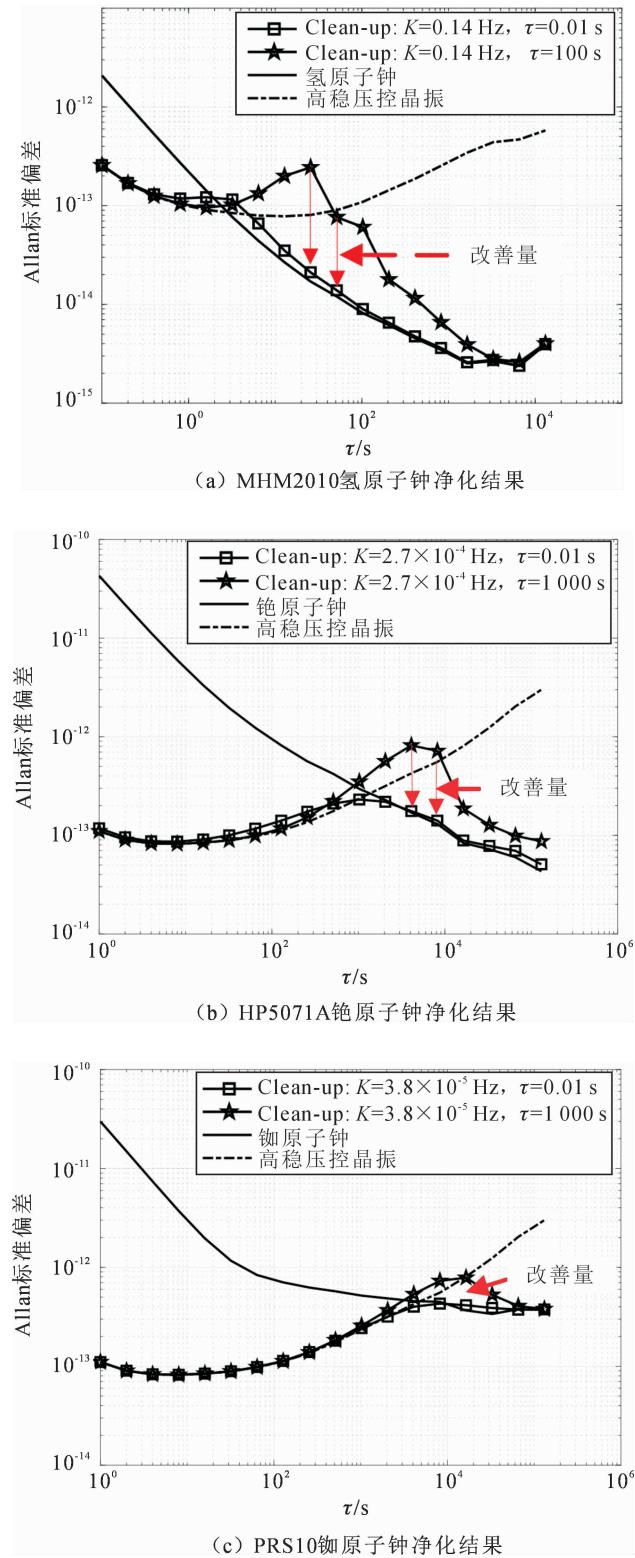


图 6 不同类型原子钟的净化结果

图 6 对比分析了不同类型原子钟在带滞后滤波器二阶环路下的频率净化仿真结果。其中实线线型代表着参考源相位噪声的 Allan 标准偏差,虚线线型代表着 VCO 相位噪声的 Allan 标准偏差,方框标记的线型代表着输出信号在满足  $\omega_c \approx K$  条件下的 Allan 标准偏差,五角星标记的线型代表着输出信号在  $\omega_c \ll K$  条件下的 Allan 标准偏差。从图中可以看出,在满足  $\omega_c \approx K$  条件下(方框线型),不同类型的原子钟的频率净化效果

最佳,输出信号同时具备优秀的长、短期稳定性;而在 $\omega_c \ll K$ 时(五角星线型),净化效果不佳,且集中表现为在交点附近出现“鼓包”。而这样一种现象,也正是因为其 $\omega_c \gg K$ 或 $\omega_c \ll K$ ,导致输出信号在通过环路时,低通部分不再主要受参考相位噪声的影响,还受VCO相位噪声的影响或高通部分不再主要受VCO相位噪声的影响,还将受参考相位噪声的影响。

图6证实了本文提出的“环路函数交点法”结合“相噪交点法”求解的环路最优带宽均使得不同类型原子钟频率净化取得了良好的净化效果。在带滞后滤波器的二阶锁相环下,氢原子钟频率净化效果改善明显,净化后的输出信号 Allan 标准偏差由  $2.44 \times 10^{-13}$  @ 26 s 提高至  $1.77 \times 10^{-14}$  @ 26 s, 最佳改善略大于 1 个量级; 铯原子钟频率净化效果较明显,由  $8.17 \times 10^{-13}$  @ 4 096 s 提高至  $1.76 \times 10^{-13}$  @ 4 096 s, 最佳改善大于 0.5 个量级; 钷原子钟频率净化后的信号 Allan 标准偏差由  $7.87 \times 10^{-13}$  @ 16 384 s 提高至  $4.14 \times 10^{-13}$  @ 16 384 s, 改善小于 0.5 个量级。

## 4 结论

本文针对几种不同类型不同阶数的锁相环,在“相噪交点法”的基础上,根据开环增益穿越频率与环路带宽的偏离程度,提出了一种原子钟频率净化的锁相环环路最优带宽的求解方法。通过仿真验证了该方法,验证结果表明在锁相环开环增益穿越频率约等于环路带宽时,求取的最优带宽在不同类型原子钟频率净化中均能得到良好的净化效果,输出信号 Allan 标准偏差均有不同程度的改善,最大改善量可略大于 1 个量级; 反之,均有不同程度的劣化,集中表现为交点附近的“鼓包”现象。本文提出的“环路函数交点法”结合“相噪交点法”可更为快速、简便、直观地评估环路的最优带宽。

## 参考文献:

- [1] 张霁. 不同频率标称值之间的高精度锁定技术[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014.
- [2] 徐超. 原子钟频率净化方法与技术研究[D]. 西安: 中国科学院大学(中国科学院国家授时中心), 2017.
- [3] ARTIUCH R. An integral measure of the phase noise power in phase locked loops[J]. AEÜ-Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik, 1987, 41(5): 289-293.
- [4] 段秀林. 锁相环相位噪声模型及测量方法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2018.
- [5] 杨沛, 张磊, 王平连, 等. 锁相环相位噪声的研究与仿真[J]. 电子测量技术, 2009, 32(4): 35-37+48.
- [6] 陈刚. 锁相环路的相位噪声分析[J]. 科技信息, 2009(3): 112-113.
- [7] HAJIMIRI A. Noise in phase-locked loops[C] // Southwest Symposium on Mixed-signal Design, Austin: IEEE, 2002.
- [8] LIM K, PARK C H, KIM D S, et al. A low-noise phase-locked loop design by loop bandwidth optimization[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2000, 35(6): 807-815.
- [9] LIM K, CHOI S, KIM B. Optimal loop bandwidth design for low noise PLL applications[C] // Proceedings of ASP-DAC 97: Asia and South Pacific Design Automation Conference 1997, Chiba: IEEE, 1997.
- [10] MEHROTRA A. Noise analysis of phase-locked loops[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I Fundamental Theory and Applications, 2002, 49(9): 1309-1316.
- [11] DEMIR A. Phase noise in oscillators: DAEs and colored noise sources[J]. IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design, 1998, 35(8): 170-177.
- [12] 沈晓唯. 锁相环路滤波器对输出信号相位噪声的影响[D]. 上海: 上海交通大学, 2011.
- [13] 李炜. 锁相环电路的设计及相位噪声分析[D]. 天津: 天津大学, 2006.
- [14] GARDNER F. Phase Lock Techniques[M]. Hoboken: Wiley, 2005.
- [15] 徐超, 李博, 刘军良. 一种改进的高精度频率源钟差仿真方法[J]. 宇航学报, 2017, 38(9): 998-1004.
- [16] TAVARES M D Q. PLL Frequency Synthesizers: Phase Noise Issues and Wide Band Loops[M]. [S. l.]: Springer, 2000.
- [17] 刘军良. 卫星导航系统中的弱信号跟踪研究[D]. 西安: 中国科学院大学(中国科学院国家授时中心), 2015.